DISEQUAZIONI FRATTE

Devono essere messe in forma normale cioè presentarsi come una unica frazione con i termini scomposti:

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \qquad \frac{f(x)}{g(x)} < 0$$

Il Denominatore contenente la x <u>non si "elimina"</u> perché influisce sul segno della frazione!

Inoltre f(x) e g(x) devono essere fattori di primo o secondo grado (altrimenti occorre SCOMPORLI)

Tutorial di Paola Barberis - 2009

RISOLUZIONE DISEQUAZIONI FRATTE

Testo FORMA NORMALE: $$\frac{f(x)}{g(x)} > 0$$ *oppure* $$\frac{f(x)}{g(x)} < 0$$

- *Pongo* **N>0 e D>0** NUMERATORE E DENOMINATORE **SEMPRE >0**
- **risolvo disequazioni e** rappresento le soluzioni nel

"**Grafo dei SEGNI**": metto segno **+** sopra al tratto continuo e segno **–** sul tratteggio e poi moltiplico i segni di ciascun intervallo

				a		b	
N>0	**f(x)>0**	**x>a**	-		+		+
D>0	**g(x)>0**	**x>b**	-		-		+
segno della frazione F			**+F>0**		**- F<0**		**+ F>0**

Ora guardo il VERSO richiesto nella FORMA NORMALE:

Se è >0: soluzione=intervalli con segno **+** ,cioè: **x<a o x>b**

Se è <0: soluzione=intervalli con segno **-** **, cioè: a<x<b**

NB: se nel testo c'è ≥0 o ≤0 si deve risolvere: N≥0 e D>0

ESERCIZI SVOLTI

Esercizi semplici : disequazioni ordinate di 1 grado o di 2 grado con delta>0

1) $$\frac{4x-17}{x-3}>0$$

2) $$\frac{5x+20}{x-2}<0$$

3) $$\frac{x^2+5x+4}{3-x}<0$$

4) $$\frac{x+7}{x^2-25}\geq 0$$

5) $$\frac{5x^2+20}{x^2-2x}\leq 0$$

6) $$\frac{x^2-8x}{5-x}\leq 0$$

7) $$\frac{x^2+5x+4}{3-x}<0$$

Esercizi da eseguire con attenzione :

8) $$\frac{5x-x^2}{x^2-6x+9}\leq 0$$

9) $$\frac{36-x^2}{x^2+1}\leq 0$$

10) $$\frac{4x+x^2}{3x^2}\leq 0$$

Esempio 1

DISEQUAZIONE FRATTA IN FORMA NORMALE:

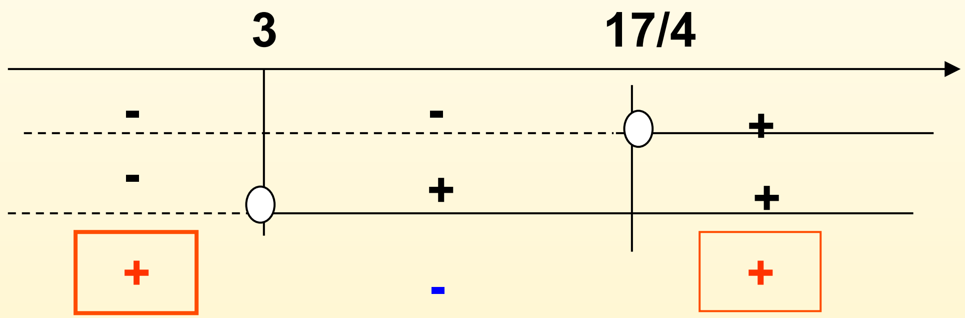
$$\frac{4x-17}{x-3}>0$$

Risolvo sempre N>0 e D>0

N>0 4x-17>0 x>17/4

D>0 x-3>0 x>3

segno della frazione



Nel grafo metto il segno + dove c'è il tratto continuo

il segno - dove c'è il tratteggio

poi moltiplico verticalmente i segni trovando il segno della frazione

Infine guardo il verso nel testo: è "MAGGIORE"

Prendo quindi gli intervalli con il segno +

Soluzione: X<3 v x>17/4

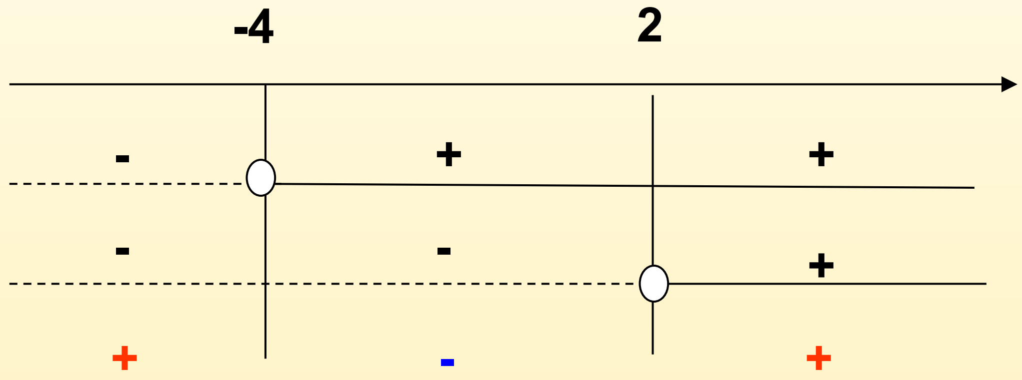
Esempio 2

DISEQUAZIONE FRATTA IN FORMA NORMALE:

$$\frac{5x+20}{x-2}<0$$

Anche se nel testo c'è <
risolvo sempre N>0 e D>0

N>0 5x+20>0 **x>-4**
D>0 X-2>0 **x>2**
Segno della frazione



Guardo il verso della forma normale nel testo che è "minore" e prendo quindi gli intervalli con il -

Soluzione: -4<x<2

Esempio 3

**DISEQUAZIONE FRATTA
IN FORMA NORMALE:**

$$\frac{x^2+5x+4}{3-x}<0$$

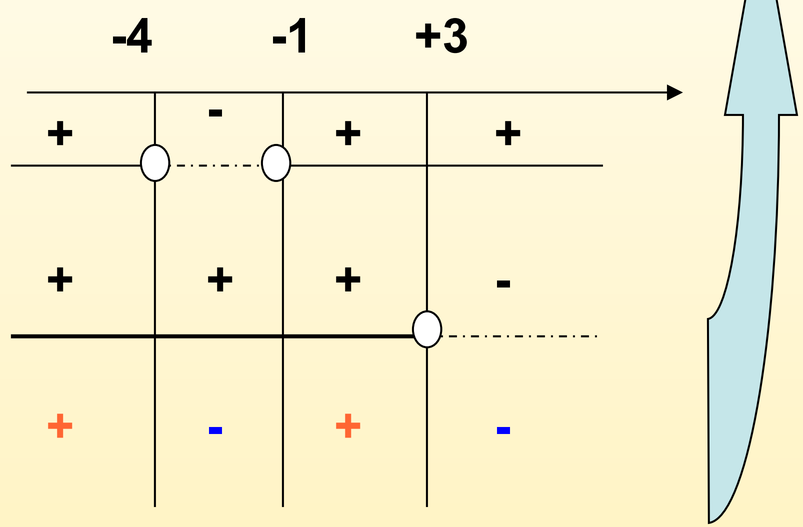
Pongo <u>sempre</u> N>0 e D>0

N>0 $x^2+5x+4>0$*…(svolgi tutti i passaggi)*

$\Delta>0$,concordanza **x<-4 v x>-1**

D>0 3-x>0;-x+3>0;x-3<0 **x<3**

segno della frazione



**IL verso della forma normale è "minore"
Prendo quindi gli intervalli con il -**

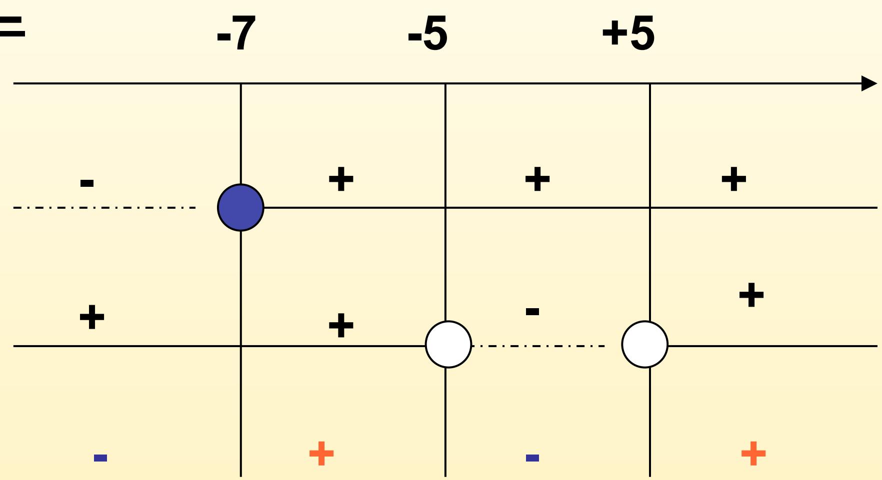
Soluzione: -4<x<-1 v x>3

Esempio 4 [con ≥0]

$$\frac{x+7}{x^2-25} \geq 0$$

ATTENZIONE: quando c'è ≥0
si mette = <u>solo</u> al Numeratore.

INFATTI I denominatori non possono MAI essere ZERO:
<u>La divisione per 0 è IMPOSSIBILE</u>



N≥0 $x+7 \geq 0$… **$x \geq -7$**

D>0 $x^2-25>0$…*(svolgi tutti i passaggi)*

$x<-5 \vee x>+5$

segno della frazione

*Osservo che, nel grafico, dove c'è l'**uguale** metto **pallino pieno** (come nel -7)*
*Dove non c'è l'uguale metto NULLA oppure **pallino vuoto** (come nel -5,+5)*

il verso DELLA FORMA NORMALE è "maggiore"

Soluzione(intervalli con +): $-7 \leq x < -5 \vee x > +5$

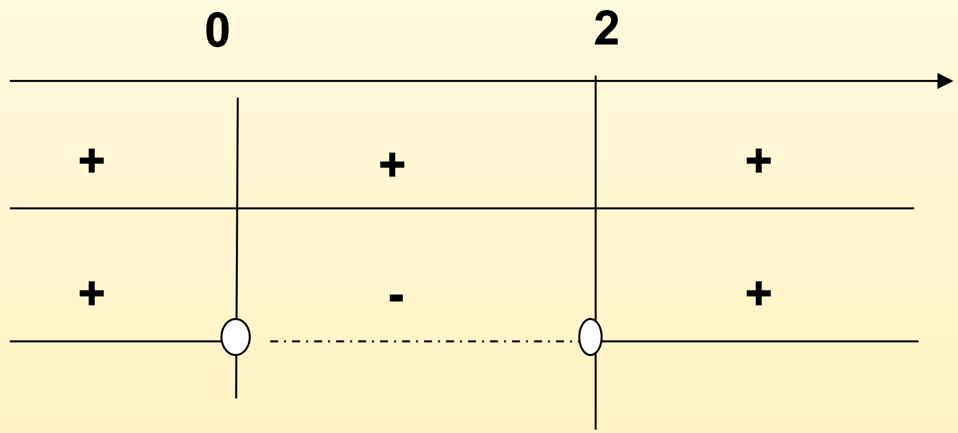
Esempio 5 [con ≤]

ATTENZIONE: anche quando c' è ≤0 si mette = solo al Numeratore.

$$\frac{5x^2+20}{x^2-2x} \le 0$$

quindi risolvo: N ≥0 e D>0

N≥0 $5x^2+20 \ge 0$, pura++
$\Delta<0$,concordanza: $\forall x \in$ **R**
D>0 $x^2-2x>0$ spuria
(svolgi tu i passaggi)..... **x<0 v x>2**



moltiplico i segni + - +

il verso della forma normale è "minore"

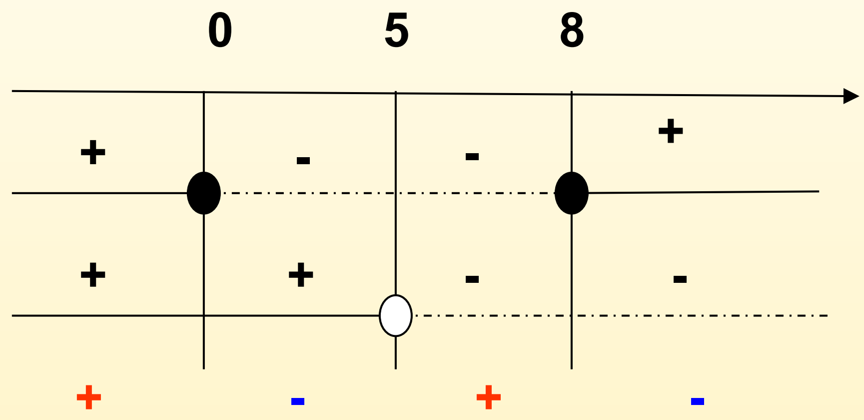
Soluzione (intervalli con il -): 0<x<2

Esempio 6 [con ≤]

$$\frac{x^2 - 8x}{5 - x} \le 0$$

Risolvo sempre N≥0 e D>0

(svolgi tutti i passaggi)



N≥0 $x^2-8x \geq 0$,spuria ,
(risolvi tu) …. $\Delta>0$,*concordanza*:
$x \leq 0 \vee x \geq 8$

D>0 5-x>0 ;-x+5>0;x-5<0; **x<5**

segno **FRAZIONE** : *moltiplico i segni*

Osservo che:

nel grafico dove c'è l' ***uguale*** *metto* ***pallino pieno*** *(come in 0 e 8)*

Dove non c'è l'uguale metto ***pallino vuoto*** *(come nel 5)*

il verso della forma normale è "minore"

Soluzione(intervalli con -): $0 \leq x<5 \vee x>8$

Esempio 7

DISEQUAZIONE FRATTA IN FORMA NORMALE:

$$\frac{x^2+5x+4}{3-x}<0$$

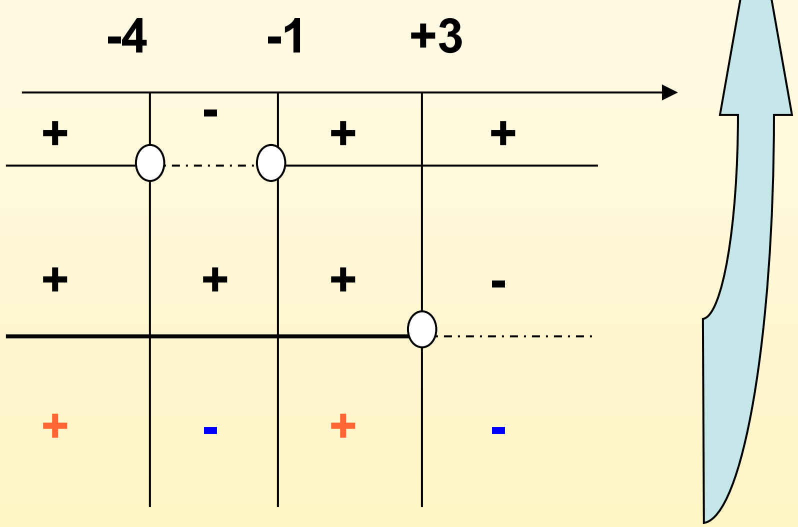
Pongo <u>sempre</u> N>0 e D>0

N>0 $x^2+5x+4>0$…*(svolgi tutti i passaggi)*

$\Delta>0$,concordanza **x<-4 v x>-1**

D>0 3-x>0;-x+3>0;x-3<0 **x<3**

segno della frazione



IL verso della forma normale è "minore"
Prendo quindi gli intervalli con il -

Soluzione: -4<x<-1 v x>3

Esempio 8

$$\frac{5x-x^2}{x^2-6x+9} \le 0$$

Risolvo sempre
N≥0 e D>0

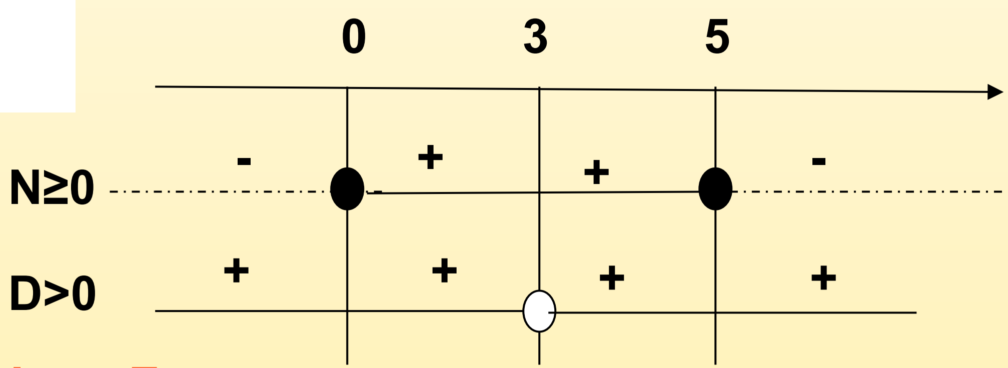
N≥0 $\quad 5x-x^2 \ge 0 \rightarrow \; ordino \quad -x^2+5x \ge 0 \; , \; cambio\_segno\_e\_verso$

$x^2-5x \le 0 \;\; risolvo\_la\_spuria \quad ..... \;\; \Delta > 0, disc: \qquad 0 \le x \le +5$

D>0 $\quad x^2-6x+9>0 \;\; (risolvi....)$

$\Delta = 0, concordanza: \forall x \in R-\{3\}$

Grafo dei segni



Segno frazione F $\quad - \quad + \quad + \quad -$

Poiché il verso della forma normale è minore, prendo intervalli con -

Soluzione: x≤0 v x≥+5

Esempio 9

$$\frac{36-x^2}{x^2+1} \leq 0$$

Risolvo sempre
N≥0
D>0

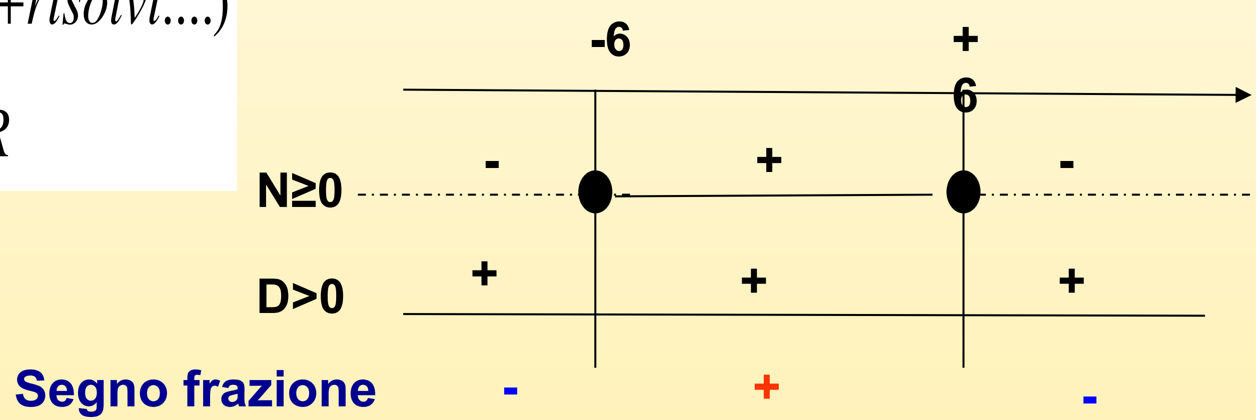
N≥0 $36-x^2 \geq 0 \rightarrow \ ordino \quad -x^2+36 \geq 0 \ , \ cambio\_segno\_e\_verso$

$x^2-36 \leq 0 \ \ risolvo\_la\_pura \quad ..... \ \Delta > 0, disc: \qquad -6 \leq x \leq +6$

D>0 $x^2+1>0 \ \ (pura++risolvi....)$

$\Delta < 0, concordanza: \ \ \forall x \in R$

Grafo dei segni



Poiché il verso della forma normale è minore, prendo intervalli con -

Soluzione: x≤-6 v x≥+6

Esempio 10

$$\frac{4x+x^2}{3x^2} \leq 0$$

Risolvo sempre
N≥0 e D>0

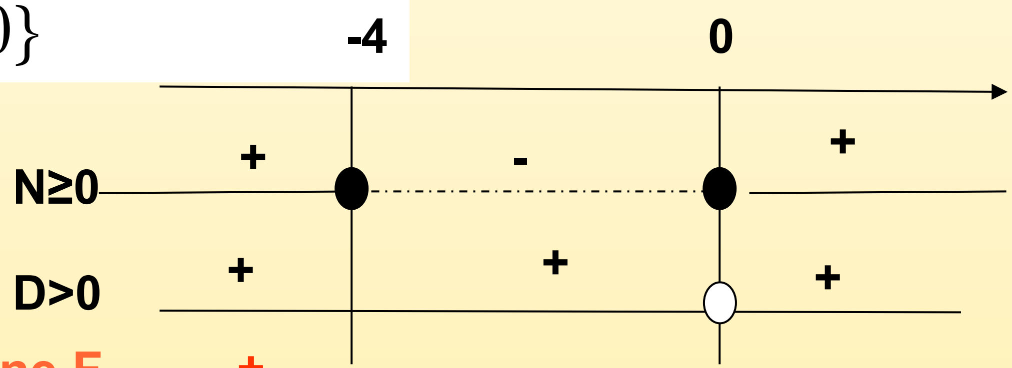
N≥0 $\quad 4x+x^2 \geq 0 \rightarrow \; ordino \quad x^2+4x \geq 0 \;,$

$risolvo\_la\_spuria \quad ..... \; \Delta > 0, conc: \; x \leq -4 \quad x \geq 0$

D>0 $\quad 3x^2 > 0 \quad x^2 > 0 (monomia -> risolvi....)$

$\Delta = 0, concordanza: \forall x \in R - \{0\}$

Grafo dei segni



Segno frazione F + - +

Poiché il verso della forma normale è minore, prendo intervalli con -

Soluzione: -4≤x<0